سیاست نگهداری و تعمیرات در سیستم‌های منسجم بر مبنای اهمیت مولفه

علی پورموحد و جعفر احمدی

گروه آمار، دانشگاه فردوسی مشهد

۲۸ اردیبهشت ۱۴۰۱

فهرست مطالب

- مقدمه
- معیارهای اهمیت در قابلیت اعتماد
- سیاست نگهداری و تعمیر مبتنی بر اهمیت ساختاری
- هزینه‌های نگهداری و تعمیر در طرح پیشنهادی
- بررسی اهمیت قابلیت اعتماد مولفه‌ها در سیستم پل
- جمع‌بندی
- مراجع

- **مقدمه**

از نتایج نظری در قابلیت اعتماد می‌توان برای افزایش کیفیت سیستم و کاهش هزینه تحمیل‌شده در سیستم‌ها بهره گرفت. همچنین مهندسین طرح با استفاده از این نتایج می‌توانند به ارائه و مدل‌سازی الگوهای نگهداری و تعمیرات بپردازند.

پژوهش‌گران بر حسب نیاز مسئله و محدودیت‌های در نظر گرفته شده الگویی را بدست آورده‌اند. یکی از معیارهایی که می‌تواند مورد توجه قرار گیرد، اهمیت مولفه‌ها است.

نتایج مربوط به اهمیت قابلیت اعتماد می‌تواند برای طراح بسیار مفید باشد.

قسمت نگهداری و تعمیرات می‌تواند منابع را برای فعالیت‌های بازرسی، نگهداری و تعمیر به روشی بهینه در طول عمر یک سیستم تخصیص دهد.

هدف مسئله در این مطالعه این است که یك سیاست نگهداری و تعمیر مبتنی بر اهمیت مولفه‌ها را معرفی، و یک الگوی نگهداری و تعمیر سیستم بر اساس آن بسازیم.

- **معیارهای اهمیت در قابلیت اعتماد**

در دهه ۱۹۶۰ بیرنبام [۲] برای اولین‌بار یک معیار را برای مشخص کردن نرخ تغییر قابلیت اعتماد سیستم با توجه به تغییرات در قابلیت اعتماد یك مولفه معین معرفی کرد.

او معیارهای اهمیت را بر اساس دانش مورد نیاز برای تعیین آنها به سه دسته
معیارهای اهمیت ساختاری، معیارهای اهمیت قابلیت اعتماد و معیار اهمیت طول عمر طبقه بندی کرد .

در طول دهه‌های بعد معیارهای زیادی برای محاسبه اهمیت مولفه‌ها در سیستم توسط پژوهشگران معرفی شده است. برای یک مرور کلی از معیارهای معرفی شده تا سال ۲۰۱۷ می‌توان به امروتکار و کمالجا[۳] مراجعه نمود.

در ادامه به معرفی اهمیت ساختاری و اهمیت قابلیت اعتماد مولفه‌ها می‌پردازیم.

تعریف

برای یک سیستم منسجم با n مولفه و تابع ساختار ϕ، اهمیت ساختاری مولفه iام بصورت

$$I_\phi(i) = \frac{۱}{۲^{n-۱}} \sum_{\{x|x_i=۱\}} [\phi(۱_i, \boldsymbol{x}) - \phi(۰_i, \boldsymbol{x})], \qquad (۱)$$

تعریف می‌شود، که در آن

$$(۱_i, \boldsymbol{x}) = (x_۱, x_۲, \ldots, x_{i-۱}, ۱, x_{i+۱}, \ldots, x_n),$$

و

$$(۰_i, \boldsymbol{x}) = (x_۱, x_۲, \ldots, x_{i-۱}, ۰, x_{i+۱}, \ldots, x_n),$$

تعریف

فرض کنید $h(\boldsymbol{r})$ تابع قابلیت اعتماد یک سیستم منسجم با n مولفه باشد، در این صورت *اهمیت نسبی قابلیت اعتماد* مولفهi ام به صورت زیر تعریف می‌شود

$$I_h(i) = \frac{\partial h(\boldsymbol{r})}{\partial r_i}, \quad i = ۱, ۲, \cdots, n, \tag{۲}$$

که در آن r_i قابلیت اعتماد مولفه i ام است.

تابع ساختار سیستم پل با توجه به مجموعه مسیرهای مینیمال به صورت زیر است

$$\phi(\boldsymbol{x}) = ۱ - (۱ - x_۱x_۴)(۱ - x_۲x_۵)(۱ - x_۱x_۳x_۵)(۱ - x_۲x_۳x_۴),$$

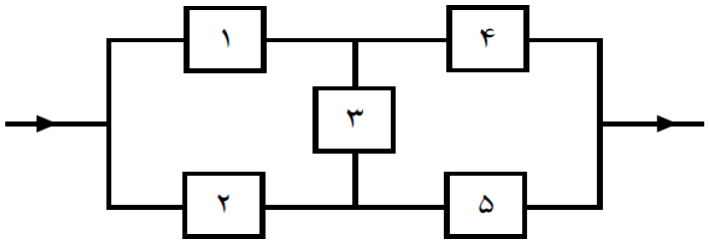
با توجه به رابطه (۱) اهمیت ساختاری مولفه‌های سیستم پل:

$$I_\phi(i) = \frac{۳}{۸}, \quad i = ۱, ۲, ۴, ۵$$
$$I_\phi(۳) = \frac{۱}{۸},$$

همانطوریکه انتظار داشتیم، اهمیت مولفه سوم کمتر از بقیه است.

- **سیاست نگهداری و تعمیر مبتنی بر اهمیت ساختاری**

در بسیاری از سیستم‌های پیچیده نقش مولفه‌ها در عملکرد و فعالیت سیستم‌ها یکسان نیستند. بنابراین می‌توانیم سیاست نگهداری و تعمیر را بر مبنای اهمیت مولفه‌ها تعریف کنیم. فرض کنید که سیستم در زمان $t = 0$ شروع به کار می‌کند و مجهز به چراغ هشدار است که به محض خرابی یک مولفه روشن می‌شود. بعلاوه فرض کنید خرابی مولفه‌ها در زمان کارکرد سیستم قابل تشخیص باشد. این سیاست را برای سیستم پل با ۵ مولفه به شرح شکل زیر اجرا می‌کنیم.



شکل: سیستم پل

- مولفه سوم فعال است دو حالت ممکن است اتفاق افتاده باشد

الف – اگر یك مولفه غیر فعال باشد، تعمیرات پیشگیرانه روی مولفه‌های فعال انجام می‌شود و مولفه غیر فعال ، تعویض می‌شود.

ب – اگر دو مولفه غیر فعال باشند، مولفه‌های فعال تعمیر پیشگیرانه می‌شوند و مولفه‌های غیر فعال تعویض می‌شوند.

- مولفه سوم غیر فعال است ، سه حالت ممکن است اتفاق افتاده باشد

الف – اگر مولفه غیر فعال دیگری وجود نداشته باشد، مولفه سوم تعمیر مینیمال و روی مولفه‌های فعال تعمیرات پیشگیرانه انجام می‌شود.

ب – اگر یك مولفه غیر فعال وجود داشته باشد، مولفه سوم تعمیر مینیمال، مولفه غیر فعال تعویض و روی مولفه‌های فعال تعمیرات پیشگیرانه انجام می‌شود.

ج – اگر دو مولفه غیر فعال وجود داشته باشد، مولفه سوم تعمیر مینیمال ، دو مولفه غیر فعال تعویض و روی مولفه‌های فعال تعمیرات پیشگیرانه انجام می‌شود.

- **هزینه‌های نگهداری و تعمیر در طرح پیشنهادی**

فعال یا غیر فعال بودن مولفه‌ها، پیشامدهای تصادفی است و اطلاع از فرآیند و احتمالات خرابی مدل لازمه تشکیل متوسط تابع هزینه است. در اینجا فرض می‌کنیم براساس تجربیات قبلی، این احتمالات داده شده باشند.
فرض کنید $p_۱$ احتمال غیر فعال بودن مولفه سوم و $p_۲$ احتمال غیرفعال بودن یک مولفه دیگر (به غیر از مولفه سوم) در سیستم باشد.

- مولفه سوم فعال است

با وجود یک مولفه غیر فعال

$$C_S(۱) = (۱ - p_۱)p_۲ \left[۴c_{pm} + c_R\right],$$

اگر دو مولفه غیر فعال باشند، چون سیستم فعال است و چراغ هشدار نیز روش شد

$$C_S(۲) = (۱ - p_۱)(۱ - p_۲) \left[۳c_{pm} + ۲c_R\right],$$

- مولفه سوم غیر فعال است

با در نظر گرفتن احتمال وجود صفر، یک و یا دو مولفه غیر فعال دیگر در سیستم به ترتیب برابر a، b و c و وجود صفر، یک و یا دو مولفه غیر فعال دیگر در سیستم

$$C_S(۳) = p_۱ a\left[۴c_{pm} + c_r\right],$$

$$C_S(۴) = p_۱ b\left[۳c_{pm} + c_r + c_R\right],$$

$$C_S(۵) = p_۱ c\left[۲c_{pm} + c_r + ۲c_R\right],$$

در نتیجه متوسط هزینه کل برابر است با

$$\begin{aligned} C \;=\; & p_۱\left[a(۴c_{pm}+c_r)+b(۳c_{pm}+c_r+c_R)+c(۲c_{pm}+c_r+۲c_R)\right]+ \\ & p_۲(۴c_{pm}+c_R)-p_۱p_۲(c_{pm}-c_R)+۳c_{pm}+۲c_R(۱-p_۲). \qquad (۳) \end{aligned}$$

تابع هزینه کل نسبت به $p_۱$ صعودی و نسبت $p_۲$ نزولی است.

فرض کنید دو سیستم پل مستقل و غیر هم توزیع A و B داشته باشیم با

$$C^A = ۱۲,\ C^B = ۱۰,\ p_۱^A = ۰/۲,\ p_۱^B = ۰/۸$$

و احتمال‌های

$$p_۲ = ۰/۵,\ a = b = ۰/۲۵,\ c = ۰/۵$$

با توجه به مفروضات بالا و روابط تابع هزینه نتایج زیر بدست آمده است.

$$C + C^A = ۱۶/۸ + ۱۲ = ۲۸/۸$$
$$C + C^B = ۱۹/۲ + ۱۰ = ۲۹/۲$$

سیستم اول با احتمال غیر فعال بودن مولفه سوم کمتر و هزینه اولیه بیشتر ترجیح داده می‌شود

- **بررسی اهمیت قابلیت اعتماد مولفه‌ها در سیستم پل**

تابع قابلیت اعتماد سیستم پل به صورت زیر است

$$\begin{aligned} h(\boldsymbol{r}) =& r_۱r_۴ + r_۲r_۵ + r_۱r_۳r_۵ + r_۲r_۳r_۴ \\ & - r_۱r_۲r_۳r_۴ - r_۱r_۲r_۳r_۵ - r_۱r_۲r_۴r_۵ \\ & - r_۱r_۳r_۴r_۵ - r_۲r_۳r_۴r_۵ + ۲r_۱r_۲r_۳r_۴r_۵. \end{aligned}$$

با استفاده از رابطه (۲) می‌توان اهمیت قابلیت اعتماد نسبی مولفه‌های سیستم پل را بدست آورد.

$$I_h(۱) = \frac{\partial h(\boldsymbol{r})}{\partial r_۱} = r_۴ + r_۳r_۵ - r_۲r_۳r_۴ - r_۲r_۳r_۵ - r_۲r_۴r_۵ - r_۳r_۴r_۵ + ۲r_۲r_۳r_۴r_۵.$$

مشاهده می‌کنیم که مقدار اهمیت نسبی قابلیت اعتماد مولفه اول وابسته به قابلیت اعتماد سایر مولفه‌ها است.

از طرفی $I_h(۱)$ را می‌توانیم بصورت

$$I_h(۱) = r_۴ + r_۳r_۵ - r_۳r_۴r_۵ - r_۲\left(-۲r_۳r_۴r_۵ + r_۳r_۴ + r_۳r_۵ + r_۴r_۵\right),$$

بازنویسی کنیم.
چون

$$\begin{aligned}\left(-۲r_۳r_۴r_۵ + r_۳r_۴ + r_۳r_۵ + r_۴r_۵\right) &= r_۳r_۴ + r_۳r_۵ + r_۴r_۵ - r_۳r_۴r_۵ \\ &= r_۳r_۴(۱ - r_۵) + r_۳r_۵(۱ - r_۴) + r_۳r_۵ \geq ۰.\end{aligned}$$

در نتیجه افزایش قابلیت اعتماد مولفه دوم $(r_۲)$ باعث کاهش اهمیت قابلیت اعتماد مولفه اول می‌شود.
برای مولفه‌های دوم ، چهارم و پنجم هم همین نتیجه‌گیری برقرار است زیرا اهمیت ساختاری برابر با مولفه اول دارند.

جدول: اهمیت قابلیت اعتماد نسبی مولفه‌ها با توجه به تغییرات قابلیت اعتماد مولفه اول

r_1	۰/۱	۰/۲	۰/۳	۰/۴	۰/۵	۰/۶	۰/۷	۰/۸	۰/۹	۱
$I_h(۲)$	۰/۶۳	۰/۵۸	۰/۵۳	۰/۴۸	۰/۴۳	۰/۳۸	۰/۲۳	۰/۲۸	۰/۲۳	۰/۱۸
$I_h(۳)$	۰/۷	۰/۹	۰/۱	۰/۱۲	۰/۱۳	۰/۵	۰/۱۶	۰/۱۸	۰/۱۹	۰/۲۱
$I_h(۴)$	۰/۱	۰/۱۹	۰/۲۲	۰/۲۹	۰/۳۵	۰/۴۱	۰/۴۷	۰/۵۳	۰/۵۹	۰/۶۵
$I_h(۵)$	۰/۲۴	۰/۲۵	۰/۲۵۵	۰/۲۶	۰/۲۶۵	۰/۲۷	۰/۲۷۵	۰/۲۸	۰/۲۸۵	۰/۲۹

جدول: اهمیت قابلیت اعتماد نسبی مولفه‌ها با توجه به تغییرات قابلیت اعتماد مولفه سوم

r_3	۰/۱	۰/۲	۰/۳	۰/۴	۰/۵	۰/۶	۰/۷	۰/۸	۰/۹	۱
$I_h(۱)$	۰/۴۲	۰/۴۴	۰/۴۵	۰/۴۷	۰/۴۸	۰/۵	۰/۵۱	۰/۵۳	۰/۵۴	۰/۵۶
$I_h(۲)$	۰/۵۵	۰/۵۶	۰/۵۷	۰/۵۸	۰/۵۹	۰/۶	۰/۶۱	۰/۶۲	۰/۶۳	۰/۶۴
$I_h(۴)$	۰/۱۶	۰/۱۷	۰/۱۷	۰/۱۷	۰/۱۷	۰/۱۷	۰/۱۷	۰/۱۷	۰/۱۷	۰/۱۷
$I_h(۵)$	۰/۲۶	۰/۲۶	۰/۲۵	۰/۲۵	۰/۲۴	۰/۲۴	۰/۲۳	۰/۲۳	۰/۲۲	۰/۲۲

جدول‌های فوق با در نظر گرفتن بردارهای زیر حاصل شده‌اند

$$(r_۱, r_۲, r_۳, r_۴, r_۵) = (۰/۲, ۰/۳, ۰/۴, ۰/۵, ۰/۶)$$

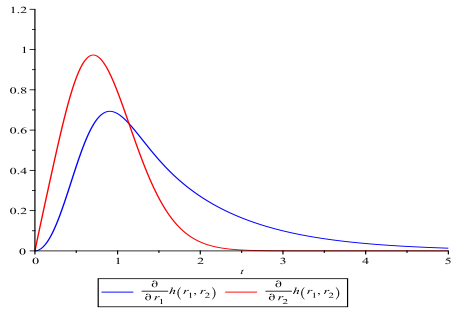
$$(I_h(۱), I_h(۲), I_h(۳), I_h(۴), I_h(۵)) = (۰/۴۷, ۰/۵۸, ۰/۰۹, ۰/۱۶۸, ۰/۲۵).$$

با افزایش قابلیت اعتماد مولفه اول ، اهمیت قابلیت اعتماد نسبی مولفه‌هایی که در مجموعه مسیر آن قرار دارند افزایش می‌یابد و اهمیت قابلیت اعتماد نسبی مولفه دوم کاهش پیدا می‌کند. برای مولفه‌های دوم، چهارم و پنجم هم همین نتیجه‌گیری برقرار است زیرا اهمیت ساختاری برابر با مولفه اول دارند.

با افزایش قابلیت اعتماد مولفه سوم ، مولفه‌هایی که قابلیت اعتماد کمتری دارند اهمیت قابلیت اعتماد نسبی آنها افزایش پیدا می‌کند زیرا مجموعه‌های مسیر تشکیل سیستم سری می‌دهند و در سیستم سری مولفه ضعیف‌تر از اهمیت بالاتری برخوردار است.

در قسمت قبل فرض بر این است که که قابلیت اعتماد مولفه‌ها متفاوت باشند. یک حالت خاص :

$$r_1(t) = r_4(t) = e^{-t}, \quad r_2(t) = r_3(t) = r_5(t) = e^{-t^2}$$



شکل: اهمیت نسبی قابلیت اعتماد دو نوع مولفه

در این حالت می‌توان مسئله را به صورت پویا بررسی کرد و یک سیاست نگهداری و تعمیر بر مبنای اهمیت نسبی قابلیت اعتماد مولفه‌ها تعریف نمود که در آینده پژوهش بررسی خواهد شد.

- **جمع‌بندی**

در این مقاله سیستم منسجمی را در نظر گرفتیم که مجهز به چراغ هشدار می‌باشد که در صورت خرابی مولفه روشن می‌شود. برای سیستم پل اهمیت ساختاری و اهمیت قابلیت اعتماد نسبی مولفه‌ها مورد بررسی قرار گرفت و سیاست نگهداری و تعمیر مبتنی بر اهمیت ساختاری و همچنین هزینه‌های نگهداری و تعمیر در سیستم پل بر اساس سیاست پیشنهادی بررسی شد.

- **مراجع**

۱. م. اسدی، *آشنایی با نظریه قابلیت اعتماد*، مرکز نشر دانشگاهی، ۱۳۹۲.

2. Birnbaum, Z. W. (1969). *On the Importance of Different Components in a Multicomponent System*, In Multivariate Analysis II (Edited by P. R. Krishnaiah), Academic Press, New York, 581-592.

3.Amrutkar, K. P., and Kamalja, K. K. (2017). *An overview of various importance measures of reliability system*, International Journal of Mathematical, Engineering and Management Sciences, 2(3), 150.

4.Barlow, R. E., and Proschan, F. (1981). *Statistical Theory of Reliability and Life Testing Probability Models*, To Begin With: Silver Springer, Maryland.

5.Nakagawa, T. (2005). *Maintenance Theory of Reliability*, Springer-Verlag, London.

از اساتید گرامی که زحمت مطالعه و داوری این مقاله را بر عهده گرفتند، بسیار سپاس گزارم همچنین از توجه شما عزیزان متشکرم